BP **2024**

Baccalauréat professionnel

E11 Mathématiques

Durée : 1 heure

Est autorisé l'usage des calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique et des calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen » conforme.

Nota :
Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il(elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence. De même, si cela le(la) conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il(elle) doit la(ou les) mentionner explicitement.
La copie rendue ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom signature, origine, etc. Si le travail demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, il convient de s'abstenir de signer ou d'identifier le document.

Tourner la page

1re QUESTION (valeur = 4)

Afin d'étudier le développement d'algues vertes dans l'eau des piscines extérieures, une simulation a été réalisée dans un bassin expérimental.

L'objectif est de prévoir l'évolution de cette pollution biologique.

Pour cela, on prélève un échantillon d'eau toutes les heures et on note le nombre d'algues.

Le tableau ci-dessous présente le nombre y_i d'algues vertes dans l'eau de piscine en fonction du temps écoulé x_i.

Temps x_i (en heures)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'algues y_i	500	1 500	2 500	5 500	9 000	15 000	35 000	65 000

Problématique : il est conseillé de traiter la piscine avec un produit anti-algues de façon régulière. On cherchera à estimer le nombre d'algues au bout de 12 heures.

Pierre ouvre une feuille de calcul dans un tableur.

Il a construit un tableau de valeurs et tracé plusieurs nuages de points.

Pour 4 ajustements il a affiché l'équation sur le graphique et le coefficient de détermination (R^2).

Les résultats obtenus sont présentés **en annexe support 1**.

1. (Valeur = 2)

   1.1. (Valeur = 1,5)
   Choisir, parmi les ajustements proposés **en annexe support 1**, le modèle le plus adapté au nuage de points de la série étudiée. Justifier la réponse.

   1.2. (Valeur = 0,5)
   Écrire l'équation de l'ajustement obtenu.

2. (Valeur = 2)
   Calculer, si la tendance se confirme, une estimation du nombre d'algues au bout de 12 heures arrondi à l'unité.

Tourner la page

2e QUESTION (valeur = 5)

Une piscine est remplie d'eau avec un produit d'entretien. Le temps chaud, le soleil et une concentration trop faible de produit d'entretien donnent lieu à une prolifération d'algues.

Problématique : Les algues~~,~~ peuvent recouvrir entièrement la surface du fond et des quatre parois de la piscine. L'aire de cette surface est égale à 144 m^2. On cherchera à estimer le temps nécessaire pour que la surface soit totalement recouverte.

Dans ces conditions, l'espèce d'algues présente dans la piscine a la faculté **d'augmenter la surface recouverte de 12 % toutes les heures.**

À $\mathbf{t} = \mathbf{0}$, les algues recouvrent 20 m², soit $\mathbf{S_0} = \mathbf{20.}$

1. (Valeur = 1)

   Calculer $\boldsymbol{S_1}$ la surface recouverte en 1 heure.

   $\mathbf{S_0}$ et $\mathbf{S_1}$ sont les premiers termes d'une suite géométrique $(\mathbf{S_n})$.

2. (Valeur = 1)

   Déterminer la raison de cette suite.

   On considère que la prolifération de ces algues suit la suite géométrique $(\boldsymbol{S_n})$, de formule explicite :

$$\mathbf{S_n} = \mathbf{20} \times \mathbf{1,12^{n-1}}$$

3. (Valeur = 3)

   3.1. (Valeur = 2)

   Calculer $\mathbf{S_{18}}$ et $\mathbf{S_{19}}$ arrondis à l'entier.

   3.2. (Valeur = 1)

   En déduire le nombre d'heures pour que la surface soit totalement recouverte.

3e QUESTION (valeur = 11)

On continue d'étudier l'évolution des algues vertes dans une piscine.

Problématique : pour assurer un nettoyage de la piscine efficace, il faut brosser les parois et appliquer un traitement anti-algues efficace quand le nombre d'algues dépasse 50 000. On cherchera à déterminer au bout de combien de jours il sera nécessaire de nettoyer la piscine.

L'évolution des algues vertes peut être modélisée par la fonction $\mathbf{f}$ définie sur l'intervalle $[\mathbf{0}; \mathbf{8}]$ où $\mathbf{t}$ représente le nombre de jours et $\mathbf{f}(\mathbf{t})$ la quantité d'algues :

$$\mathbf{f}(\mathbf{t}) = \mathbf{330e^{0,663t}}$$

1. (Valeur = 2)
   1.1. (Valeur = 1)
   Calculer $\mathbf{f}(\mathbf{0})$.

   1.2. (Valeur = 1)
   Interpréter le résultat obtenu.

On note $\mathbf{f}'$ la fonction dérivée de la fonction $\mathbf{f}$ sur l'intervalle $[\mathbf{0}; \mathbf{8}]$.

2. (Valeur = 4)

   2.1. (Valeur = 2)
   Déterminer la fonction dérivée de la fonction $\mathbf{f}$.
   Rappel : si $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{e^{ax}}$, $\mathbf{a}$ étant un nombre réel alors $\mathbf{f}'(\mathbf{x}) = \mathbf{ae^{ax}}$.

   2.2. (Valeur = 1)
   Expliquer pourquoi la fonction dérivée est positive sur l'intervalle $[0; 8]$.

   2.3. (Valeur = 1)
   En déduire le sens de variation de $\mathbf{f}$ sur l'intervalle $[\mathbf{0}; \mathbf{8}]$.

La courbe $\mathbf{C_f}$ donnée **en annexe à compléter 1** est la représentation graphique de la fonction $\mathbf{f}$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Tourner la page

3. (Valeur = 5)

3.1. (Valeur = 2)

Résoudre graphiquement l'équation $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{50\,000}$**.** Justifier la réponse en traçant les traits de construction utiles **sur l'annexe à compléter 1**.

3.2. (Valeur = 2)

Résoudre l'équation $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{50\,000}$ par le calcul et comparer le résultat précédent.

3.3. (Valeur = 1)

Répondre à la problématique.

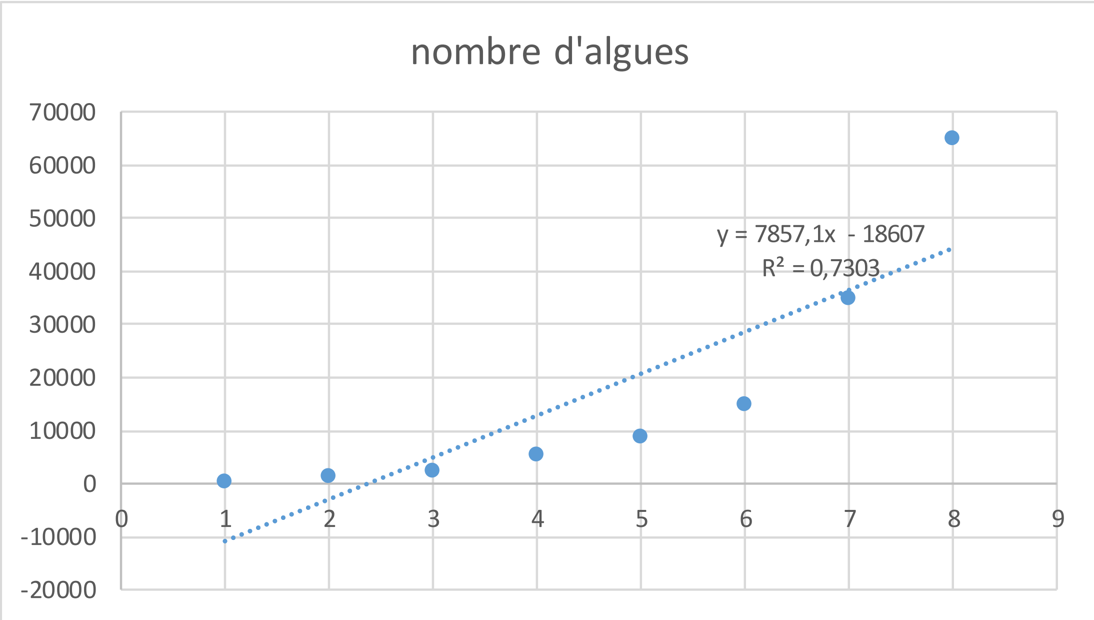
Tourner la page

ANNEXE SUPPORT 1 (1/2)

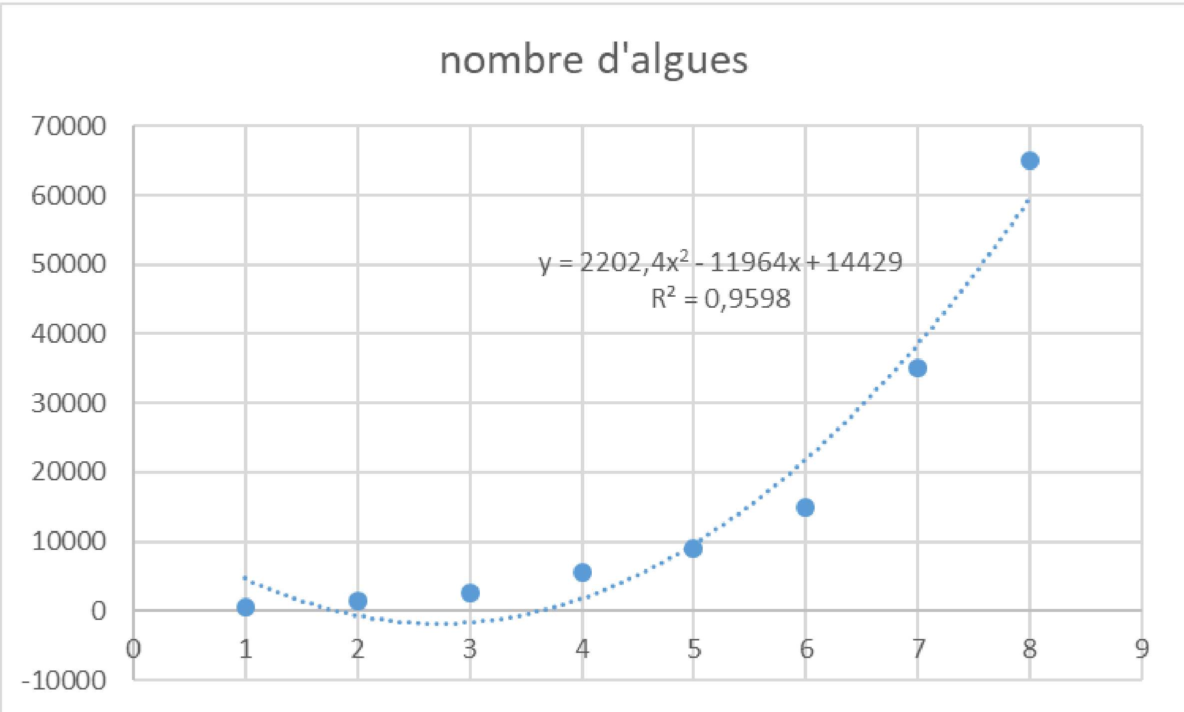
Ne doit pas être rendue avec la copie d'examen

1re QUESTION

Ajustement affine



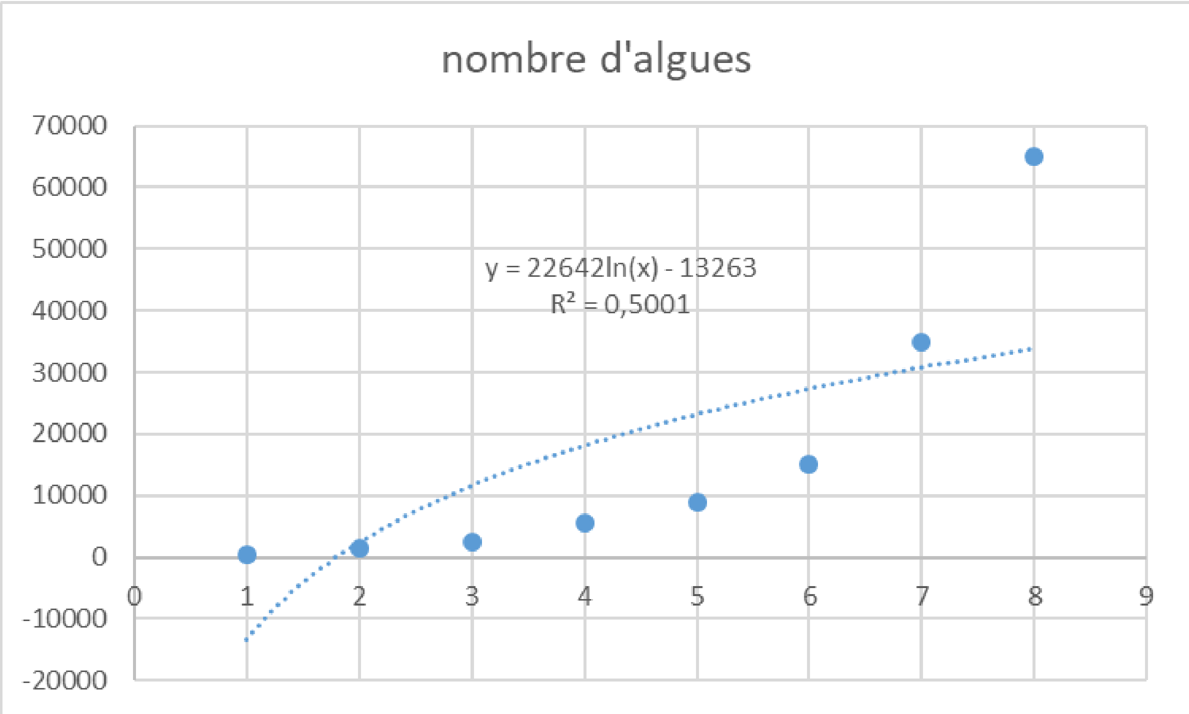
Ajustement polynomial



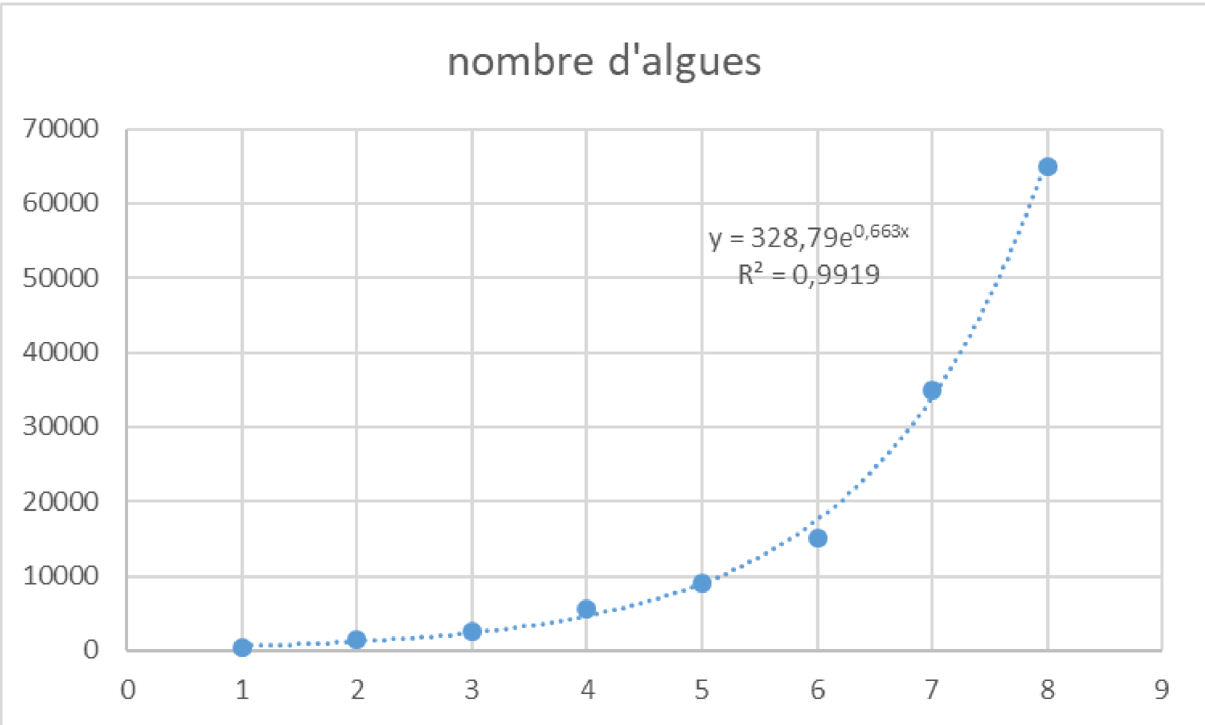
ANNEXE SUPPORT 1 (2/2)

Ne doit pas être rendue avec la copie d'examen

Ajustement logarithmique



Ajustement exponentiel



Tourner la page

NUMERO DE PLACE :

NE RIEN INSCRIRE AU DESSUS DE CETTE LIGNE (sauf n° de place)

ANNEXE À COMPLÉTER 1

Document à rendre avec la copie d'examen

Question 3 1